

# Autodesk® ROBOT™ STRUCTURAL ANALYSIS 2012

## Superposition Modale et Combinaisons Quadratiques Complètes (CQC)

### Sommaire

1 -	OBJET : .....	2
2 -	L'EXEMPLE: .....	2
3 -	L'ANALYSE MODALE : .....	3
3.1 -	Paramétrage de l'analyse modale : .....	3
3.2 -	Résultats logiciel : .....	4
3.3 -	Comparaison avec l'exemple : .....	4
4 -	SUPERPOSITION MODALE CQC : .....	5
4.1 -	Représentation de $\rho$ de sous forme matricielle : .....	5
4.2 -	Représentation de $\beta_{ij}$ de sous forme matricielle : .....	5
4.3 -	Comparaison de la valeur de l'effort tranchant en pied de structure en CQC : ..	5
4.4 -	Comparaison de la valeur du moment en pied de structure en CQC : .....	6
5 -	CONCLUSION : .....	6

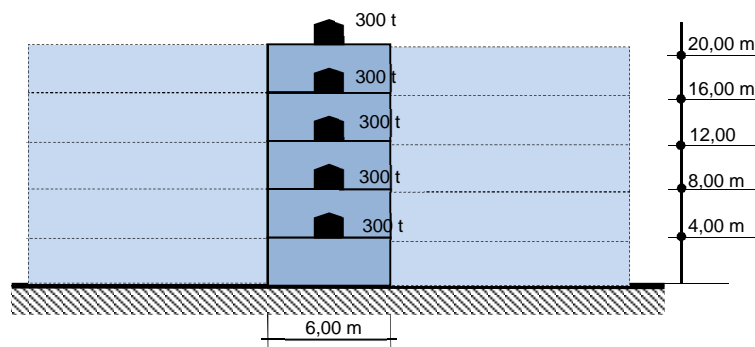
## 1 - Objet :

L'objet de ce document est de montrer comment est effectué la superposition modale en Combinaisons Quadratiques Complètes (CQC). A travers d'un exemple nous comparerons les résultats trouvés manuellement aux résultats du logiciel AUTODESK ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS 2012.

## 2 - L'exemple:

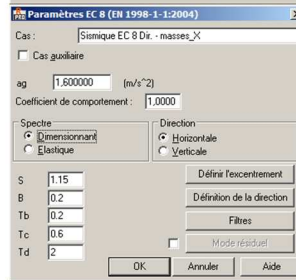
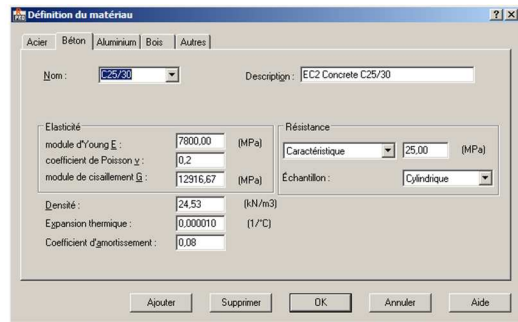
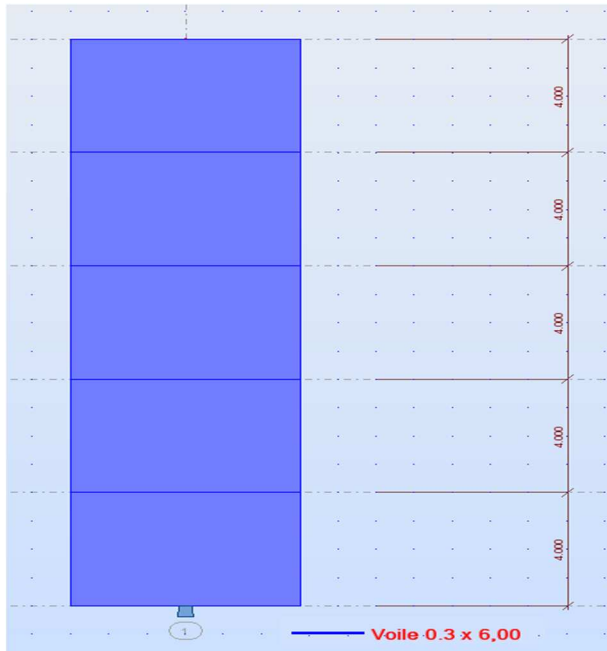
L'exemple ci-dessous est tiré du document « *Analyse et dimensionnement sismiques* » de Pierino LESTUZZI aux éditions Ellipses page 64.

Il s'agit d'un exemple d'un bâtiment régulière de 20,00 m de haut (5 étages) et 2 niveaux en sous-sol. Le contreventement horizontal est assuré par deux voiles de 6m de large et 0,30 m d'épaisseur. Chaque voile de contreventement reçoit 300 tonnes par niveau soit le schéma suivant :



### Autres hypothèses :

- Béton C25/30,  $E = 26\,000\text{ Mpas}$  → fissuré  $E_f = 0,3 \times E = 7\,800\text{ Mpas}$ ,
- Accélération du sol,  $a_{gd} = 1,6\text{ m/s}^2$ ,
- Spectre de réponse EC8 :
  - o Spectre de type 1,
  - o  $T_B = 0,20\text{ s}$ ,
  - o  $T_C = 0,60\text{ s}$ ,
  - o  $T_D = 2,00\text{ s}$ ,
  - o  $S = 1,15$ .

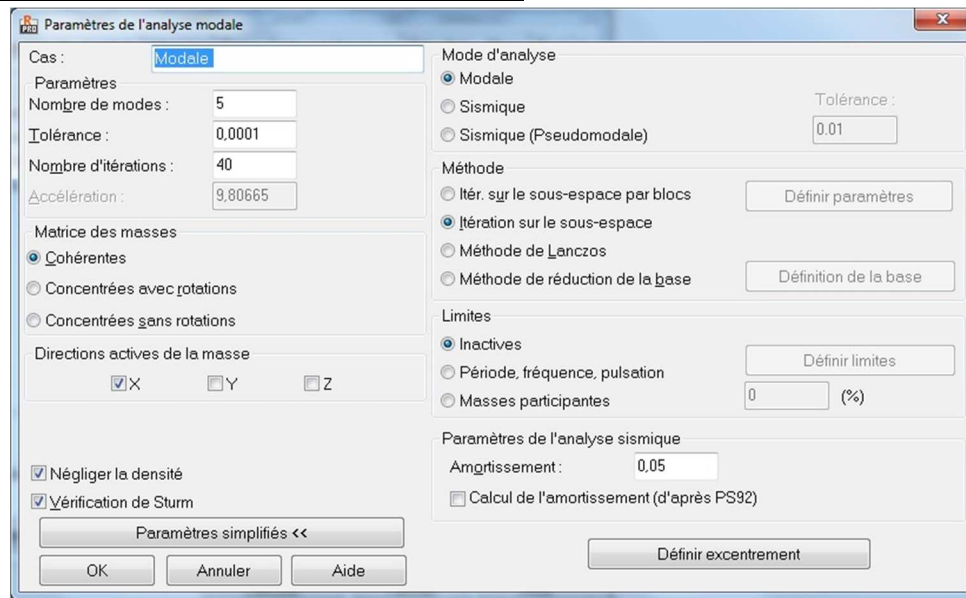


Modélisation dans le logiciel de l'exemple superposition des réponses modales

**Attention :** l'auteur ne prend pas en compte ni le poids de la structure et ni les masses en direction

### 3 - L'analyse modale :

#### 3.1 -Paramétrage de l'analyse modale :



Paramétrages de l'analyse modale

Nota important: nous analysons uniquement les masses dans le sens X (horizontal).

### 3.2 -Résultats logiciel :

Nous avons pris comme amortissement visqueux structurel 5% (non précisé dans l'exemple).

Cas/Mode	Fréquence [Hz]	Période [sec]	Masses Cumulées UX [%]	Masse Modale UX [%]	Tot.mas.UX [kg]	Amortissement
3/ 1	0,87	1,15	67,87	67,87	1500000,00	0,05
3/ 2	5,57	0,18	88,50	20,63	1500000,00	0,05
3/ 3	15,80	0,06	95,51	7,01	1500000,00	0,05
3/ 4	30,53	0,03	98,81	3,29	1500000,00	0,05
3/ 5	45,46	0,02	100,00	1,19	1500000,00	0,05

Résultats de l'analyse, exemple superposition des réponses modales

Nota : Si vous activez les colonnes "Z", une valeur "-1,#j" apparaît, cela est correct car aucune masse n'est défini dans le sens Z.

### 3.3 -Comparaison avec l'exemple :

	Fréquence		
	Exemple	Logiciel	écart
1	0,87	0,87	0,00%
2	5,57	5,57	0,00%
3	15,8	15,8	0,00%
4	30,5	30,53	-0,10%
5	45,5	45,46	0,09%

Tableau comparatif des modes calculés de l'exemple superposition des réponses modales

Nota : nous constatons quelques légers écarts pour les deux derniers modes.

#### 4 - Superposition modale CQC :

L'exemple en question ne fait pas de combinaisons CQC, néanmoins, nous avons fait le calcul manuellement afin de les comparer aux résultats du logiciel.

Le PS 92 introduit au chapitre 6.623 2 la superposition modale CQC par les formules suivantes :

$$S = \pm \sqrt{\sum_i \sum_j \beta_{ij} \cdot S'_i \cdot S'_j}$$

Comme nous avons un amortissement visqueux constant de 5%, le coefficient de corrélation de  $\beta_{ij}$  devient :

$$\beta_{ij} = \frac{8 \cdot \xi^2 \cdot (1 + \rho) \cdot \rho^{1,5}}{10^4(1 - \rho^2)^2 + 4\xi^2 \cdot \rho(1 + \rho^2)}$$

où  $\rho = T_j/T_i$

##### 4.1 -Représentation de $\rho$ de sous forme matricielle :

	Période	Matrice de rapport r				
		1	2	3	4	5
1	1,145	1,0000	0,1566	0,0553	0,0286	0,0192
2	0,179	0,1566	1,0000	0,3529	0,1826	0,1226
3	0,063	0,0553	0,3529	1,0000	0,5175	0,3475
4	0,033	0,0286	0,1826	0,5175	1,0000	0,6715
5	0,022	0,0192	0,1226	0,3475	0,6715	1,0000

Valeurs de  $\rho$

##### 4.2 -Représentation de $\beta_{ij}$ de sous forme matricielle :

	Matrice des $\beta_{ij}$				
	1	2	3	4	5
1	1,00000	0,00150	0,00028	0,00010	0,00005
2	0,00150	1,00000	0,00734	0,00197	0,00099
3	0,00028	0,00734	1,00000	0,02061	0,00708
4	0,00010	0,00197	0,02061	1,00000	0,05743
5	0,00005	0,00099	0,00708	0,05743	1,00000

Valeurs de  $\beta_{ij}$

##### 4.3 -Comparaison de la valeur de l'effort tranchant en pied de structure en CQC :

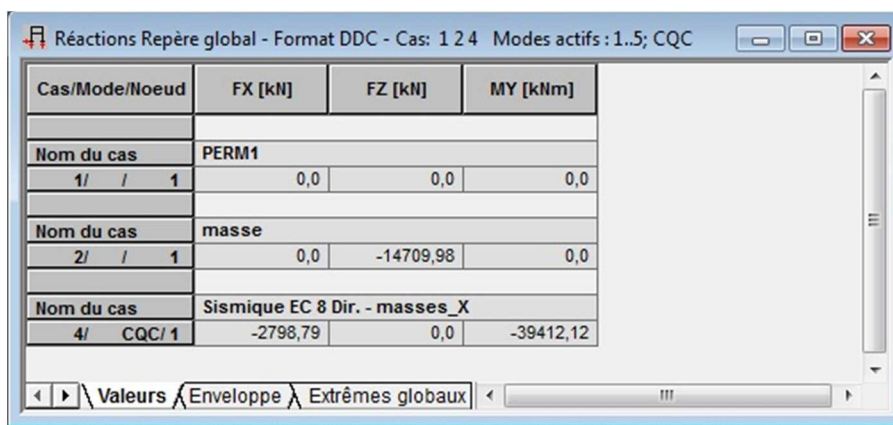
	Matrice des $\beta_{ij} T_i T_j$				
	1	2	3	4	5
1	6018022,05	4853,46982	163,200234	21,487855	3,806295431
2	4853,46982	1731947,99	2330,54127	227,932306	37,32727958
3	163,2002338	2330,541265	58197,4372	437,121718	48,83308604
4	21,48785503	227,9323065	437,121718	7728,12239	144,3086373
5	3,806295431	37,32727958	48,833086	144,308637	817,0862175
Tranchant Logiciel total en pied CQC			<b>2798,79 kN</b>		
Tranchant manuel total en pied CQC			<b>2798,79 kN</b>		
Ecart			<b>0,00%</b>		

Comparaison de la valeur de l'effort tranchant en pied de structure en CQC (calcul manuel / logiciel)

#### 4.4 - Comparaison de la valeur du moment en pied de structure en CQC :

Matrice des $\beta_{ij} M_i M_j$					
	1	2	3	4	5
1	1516032203	351204,6755	7257,329672	714,5755409	109,0770215
2	351204,6755	35999469,84	29769,13228	2177,279934	307,2631086
3	7257,329672	29769,13228	456837,0926	2566,013218	247,0281073
4	714,5755409	2177,279934	2566,013218	33925,75349	545,91312
5	109,0770215	307,2631086	247,0281073	545,91312	2663,635453
Moment Logiciel total en pied CQC			<b>39412,12 kN</b>		
Moment manuel total en pied CQC			<b>39412,12 kN</b>		
Ecart			<b>0,00%</b>		

Comparaison de la valeur du moment en pied de structure en CQC (calcul manuel / logiciel)



Résultats issus du logiciel

#### 5 - Conclusion :

Les calculs manuels corroborent les résultats logiciel (attention à la précision et au nombre de chiffre derrière la virgule).

Nota : pour les calculs, nous vous conseillons d'utiliser un tableur informatique.

-----